

用于叶片减振的压电材料分布拓扑优化

李琳^{1,2,3}, 马皓晔¹, 范雨^{1,2,3}, 田开元¹

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 先进发动机协同创新中心, 北京 100191;

3. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 提出一种可用于实际叶盘结构的压电分支阻尼器拓扑优化方法, 可以给出总质量受约束的压电材料在叶片上的最佳分布, 达到尽可能大的模态阻尼比。通过理论推导说明: 压电阻尼器所产生的模态阻尼比仅取决于模态机电耦合系数, 且该系数只与压电材料的几何形状以及模态应力场有关。进一步结合压电本构关系, 基于应力分量的线性加权给出了有限的压电材料在叶片上铺设位置“优先级”的判断指标。给出了基于叶盘结构有限元模型的压电材料拓扑优化方法, 通过替换单元类型和材料参数的方式对压电材料进行布置, 并给出了多模态族优化、极化方向设置、电极铺设等问题的解决方案。在一个接近真实的叶盘模型上应用了此优化方法。结果表明, 仅使用质量占叶片质量 10% 的压电材料, 就可以为多个模态提供约 12% 的阻尼比。

关键词: 叶盘结构; 振动抑制; 压电分支阻尼; 拓扑优化; 模态机电耦合系数

中图分类号: V232.4; TB535⁺.1

文献标志码: A

Topological optimization of piezoelectric materials on the blades for vibration reduction of bladed disks

LI Lin^{1,2,3}, MA Haoye¹, FAN Yu^{1,2,3}, TIAN Kaiyuan¹

(1. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;

3. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A topological optimization procedure of piezoelectric shunting damping for arbitrary full-scale bladed disks was proposed. Based on the fact that the modal electromechanical coupling factor (MEMCF) is the only parameter that affecting the level of modal damping ratios produced by piezoelectric shunting circuit. Further, it showed that MEMCF was related to modal stress field and the geometry of the piezoelectric materials only. Combining with piezoelectric constitutive relation, a linear weighting of stress components was proposed as the criterion to determine the priority of locations for piezoelectric materials. Accordingly,

收稿日期: 2018-05-16

基金项目: 自然科学基金(51675022, 11702011); 博士后科学基金(2017M610741)

作者简介: 李琳(1956—), 女, 教授、博士生导师, 博士, 研究方向: 叶盘流致振动、智能结构动力学和振动抑制。

E-mail: feililin@buaa.edu.cn

通讯作者: 范雨(1987—), 男, 副教授, 博士, 研究方向: 智能结构动力学。E-mail: fanyu04@buaa.edu.cn

引用格式: 李琳, 马皓晔, 范雨, 等. 用于叶片减振的压电材料分布拓扑优化[J]. 航空动力学报, 2019, 34(2): 257-266. LI Lin, MA Haoye, FAN Yu, et al. Topological optimization of piezoelectric materials on the blades for vibration reduction of bladed disks[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(2): 257-266.

the topological optimization procedure was presented based on the finite element model of bladed disk, where the piezoelectric materials were introduced by modifying the type and material parameters of elements. Solutions for optimization with respect to multiple modal families, polarized direction setting, and electrode connection were also presented. The proposed procedure was applied to an empirical bladed disk. Results show that 12% damping ratio can be achieved for multiple modes using piezoelectric materials with mass of only 10% of the blade.

Key words: bladed disk; vibration control; piezoelectric shunting damping; topological optimization; modal electromechanical coupling factor

叶盘结构是航空发动机的关键部件之一,先进的气动和结构设计使得叶盘所承受的气动负荷增加,而结构本身却变得更为轻薄,因此其振动问题也更加突出,这为航空发动机的结构强度和寿命的设计带来新的挑战。然而,由于性能和质量等设计要求的限制,想要通过机械设计避免工作转速内的全部共振几乎是不可能的^[1],因此需要一套有效的减振措施。在叶盘中常用的叶根榫槽、叶身凸肩等干摩擦阻尼器^[2-3]可以有效降低叶盘的振动响应。然而,随着整体叶盘结构的在航空发动机中大量运用,零件之间的摩擦界面大大减少,干摩擦阻尼器的实施受到了限制。

从 20 世纪 90 年代以来,围绕压电材料的被动振动抑制技术得到了广泛的关注^[4-8]。其主要原理是:利用压电材料的双向机电耦合效应,将一部分机械能转换为电能,再用各种具有能量损耗特性的电路对电能进行消耗,这就相当于在结构中引入了新的阻尼。相比于将压电材料作为传感器/作动器的主动振动抑制技术,被动技术的主要优势是不需要数字信号处理器、功率放大器、电源等附加设备。被动压电阻尼技术还是无条件稳定的^[9],这也是其相对于主动技术的另一个优势。

国内外的一些学者已展开关于压电阻尼技术用于航空发动机叶盘结构的研究。Min 等^[10]将压电分支阻尼技术用于单个风扇叶片并考虑了叶片的旋转。通过数值计算和实验测试,确定所用的电阻-电感分支在 0~5000 r/min 转速范围内对一弯模态产生了 0.5%~1% 的阻尼比。为了进一步提升阻尼性能,还可以使用具有单向能量流动特性的“能量势阱”电路^[11]、具有类干摩擦效应的“同步开关”电路^[12]等非线性分支阻尼技术。针对理想叶盘结构所特有的节径型振动和不可避免的随机失谐所导致的振动局部化等问题,国内外学者还提出了“压电网络”技术^[13-14]。与压电分支阻尼技术不同,在压电网络技术中,分布在各叶片扇区中的压电材料由同一个相互连接的电路网

络连接起来。这相当于在各扇区间构造了一个“结构-电路-结构”的能量传递通道,理论^[15-16]、数值^[17-18]和实验^[19]研究均表明压电网络可对叶盘结构产生有效的振动抑制效果。

虽然上述研究表明了压电阻尼技术用于叶盘结构的可行性,但无论采用上述何种电路,其减振效果都与压电材料的形状、厚度、位置等密切相关^[20-22]。由于对附加质量的考虑是航空发动机结构设计的关键之一,因此总是希望用尽可能少的压电材料达到好的阻尼效果。文献中已有一些相关工作^[10,20,23],但都是预先假定压电材料的几何形状,只优化布置位置、布置朝向等少量几何参数,不是完整的拓扑优化,也不具备通用性。

本文提出一种适用于任意叶盘结构的压电分支阻尼拓扑优化方法。其理论基础是:各种压电阻尼的性能都由“模态机电耦合系数(MEMCF)”决定,该系数表征了机械能和电能在确定的模态变形发生时的耦合程度,而它却又只与压电材料的拓扑构型和材料参数有关。因此,本文用模态机电耦合系数作为目标变量,以压电片总质量为约束条件,基于叶盘结构的单扇区有限元模型对压电材料的拓扑结构进行优化。

1 压电材料拓扑优化的原理

1.1 无量纲模态机电耦合系数

我们称含有压电材料的结构为压电结构。以只具有两个电极(一个电压自由度)的压电结构为例,基于有限元方法可建立其的离散动力学方程

$$\begin{cases} M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx - \eta V = f(t) \\ C_p V + \eta^T x = Q(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中 M 、 C 、 K 分别为质量、阻尼、刚度矩阵; C_p 为固有电容; η 为耦合系数矩阵; x 为位移向量; V 是作用于压电材料电极两端的电压; Q 为压电材料所属支路的电量; $f(t)$ 为激振力向量。根据外接电路等电学边界条件,补充 V 和 Q 的关系,即

可使方程组闭合,具备求解的条件。

以短路状态下的 N 个模态位移 $\phi_{i,i=1,2,\dots,N}$ 为基向量,可构造坐标变换关系

$$x_i(t) = \sum_{i=1}^N \phi_i q_i(t) \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),并利用振型正交性条件,可获得降阶模型

$$\begin{cases} \ddot{q}_j + 2\xi_j \dot{q}_j + (\omega_j^{\text{sc}})^2 q_j - \chi_j V = F_j, \\ \forall j \in \{1, \dots, N\} \\ C_p V + \sum_{i=1}^N \chi_i q_i = Q \end{cases} \quad (3)$$

其中 ξ_j 为由结构阻尼产生的第 j 阶模态阻尼比; χ_j 是第 j 个模态坐标与压电材料之间的机电耦合系数; ω_j^{sc} 是短路($V=0$)第 j 阶模态频率。

为了表达机械场与电场的耦合强度,引入无量纲模态机电耦合系数 k_j^2

$$k_j^2 = \left[\frac{\chi_j}{\omega_j^{\text{sc}} \sqrt{C}} \right]^2 \quad (4)$$

将式(3)、式(4)中消去 V ,并只考虑压电材料与第 j 阶模态的耦合($\chi_i=0 \forall i \neq j$),可得

$$\begin{aligned} \ddot{q}_j + 2\xi_j \omega_j^{\text{sc}} \dot{q}_j + (\omega_j^{\text{sc}})^2 q_j + (\omega_j^{\text{sc}} k_j)^2 q_j - \\ \frac{\chi_j}{C_p} Q = F_j, \quad \forall j \in \{1, \dots, N\} \end{aligned} \quad (5)$$

令 $Q=0$,可得开路模态频率 ω_j^{oc}

$$\omega_j^{\text{oc}} = \omega_j^{\text{sc}} \sqrt{1 + k_j^2} \quad (6)$$

故无量纲模态机电耦合系数 k_j^2 还可写成以下形式^[5,22]:

$$k_j^2 = \frac{(\omega_j^{\text{oc}})^2 - (\omega_j^{\text{sc}})^2}{(\omega_j^{\text{sc}})^2} \approx 2 \frac{\omega_j^{\text{oc}} - \omega_j^{\text{sc}}}{\omega_j^{\text{sc}}} \quad (7)$$

即机械场和电场耦合越强,则对应振型的模态频率在短路和开路时的相对差别就越大。式(7)和式(4)给出了两种等价的计算无量纲模态机电耦合系数 k_j^2 的方法,但由于固有频率 ω_j^{oc} 和 ω_j^{sc} 较容易计算和实验得到,因此常用式(7)对 k_j^2 进行计算。

1.2 压电分支电路的最佳阻尼效果

当压电材料的电极两极外接具有耗散特性的电路时,就会对结构振动能量产生损耗作用。外接电路的作用通过补充一个电路方程来描述,例如对于电阻分支,补充

$$V = R\dot{Q} \quad (8)$$

对于电感-电阻分支

$$V = L\ddot{Q} + R\dot{Q} \quad (9)$$

其中 L, R 分别为电路中电感与电阻。

将式(8)或式(9)分别代入式(1)中,就可以研

究电路参数对振动抑制效果的影响。Thomas等^[22]分别从根轨迹图和强迫响应出发,解析地给出了电阻以及电感-电阻分支电路的最佳模态阻尼比,发现其只与目标模态的机电耦合系数相关,且两者之间有以下近似关系:

$$\xi_{\text{opt},j}^R \approx k_j^2/4 \quad (10)$$

$$\xi_{\text{opt},j}^{RL} \approx k_j/2 \quad (11)$$

因此,要通过压电材料及分支电路对第 j 阶模态产生尽可能好的阻尼效果,就要使结构在布置压电材料之后,其第 j 阶模态机电耦合系数 k_j^2 尽可能大。而又由于模态机电耦合系数只与压电材料的选择、分布等有关,如式(4)、式(7)所示,是一种固有属性。因此在设计压电分支阻尼的几何参数时,可以用模态机电耦合系数 k_j^2 为优化目标,将几何设计和电路设计分离,简化设计流程。

1.3 几何参数对模态机电耦合系数的影响

由开路和短路状态下振型的正交性条件,有

$$\phi_{\text{oc},j}^T \mathbf{K} \phi_{\text{oc},j} + V_j C_p V_j = \omega_{\text{oc},j}^2 (\phi_{\text{oc},j}^T \mathbf{M} \phi_{\text{oc},j}) \quad (12)$$

$$\phi_{\text{sc},j}^T \mathbf{K} \phi_{\text{sc},j} = \omega_{\text{sc},j}^2 (\phi_{\text{sc},j}^T \mathbf{M} \phi_{\text{sc},j}) \quad (13)$$

假设电极的开闭不显著改变结构的振型,即近似认为 $\phi_{\text{oc},j} \approx \phi_{\text{sc},j}$,再结合模态机电耦合系数的定义(7),则由式(12)、式(13)可得

$$\frac{V_j C_p V_j}{\phi_{\text{sc},j}^T \mathbf{K} \phi_{\text{sc},j}} \approx \frac{(\omega_j^{\text{oc}})^2 - (\omega_j^{\text{sc}})^2}{(\omega_j^{\text{sc}})^2} = k_j^2 \quad (14)$$

这说明,模态机电耦合系数 k_j^2 的意义是结构按照振型 $\phi_{\text{sc},j}$ 发生自由振动时,压电材料中储存的电能与机械能之比。在较少的用量下,压电片的位置、形状等几何参数通常不会显著影响系统的总机械能,但对其电势能却有决定性的作用。电压 V 与电场强度 E 的关系为

$$V = Ed \quad (15)$$

其中 d 为电极之间的距离。根据压电材料的本构关系,开路时,压电材料内部的电场强度是由各方向的应力线性叠加而成的

$$E_i = \sum_{j=1}^6 h_{ij} S_j \quad (16)$$

其中 h_{ij} 代表压电常数。 i 根据压电材料电场方向与极化方向的关系确定,根据压电材料的极化方向定义的局部坐标系如图1所示,其本构关系是在该局部坐标下成立的。约定压电材料沿3方向极化,若电场沿3方向建立,则式(15)中 $E=E_3$;若电场沿1方向(横向)建立,则式(15)中 $E=E_1$ 。铺设位置、形状的不同意味着应变大小的不同,从而影响转换而来的电能,导致模态机电耦合系数

的变化。

基于压电材料的减振设计,是依据结构的模态应力/应变场,给出压电材料铺设位置。压电材料与其直接覆盖的结构材料之间的约束关系可近似处理为应变相等,因此,可以用未覆盖压电材料的结构的应力场 $\tilde{S}_i$ 作为 S_i 代入式(16)进行计算;同样质量的压电材料,铺设在 $|E_i|$ 越高的地方就能获得越高的模态机电耦合系数,即其能达到的最佳阻尼效果就更好。

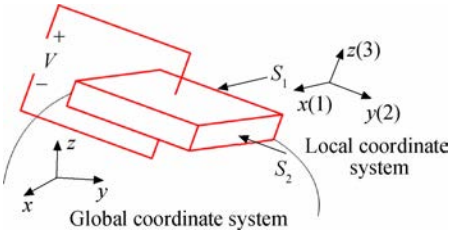


图 1 根据压电材料的极化方向定义的局部坐标系
Fig. 1 Local coordinate system defined by the polarization direction of piezoelectric material

2 基于有限元模型的实现方法

2.1 约束条件和目标函数

为了减少压电材料的加入对叶盘结构本身刚度的影响,在本文中将压电材料质量(m_{pzt})与叶片质量(m_{blade})的相对比值作为约束条件。定义质量比 R_m 为

$$R_m = \frac{m_{pzt}}{m_{blade} + m_{pzt}} \tag{17}$$

叶片振动时产生的应变主要沿着叶片表面,而沿着表面法向上的应变较小。对按“3-1”模式作动的压电片,故叶片上压电单元的极化方向应沿着该区域表面的法向。如图 2 所示,为方便分析,默认为沿着法向向外。

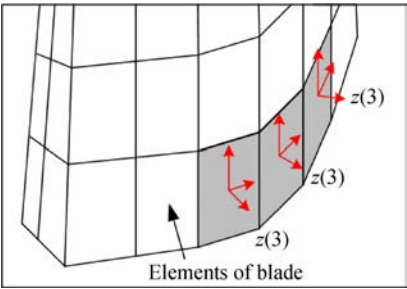


图 2 叶片上压电单元的极化方向示意图
Fig. 2 Illustration of the polarization directions of piezoelectric elements on the blade

本文研究的目的是在给定压电材料用量下取得尽可能好的阻尼效果,根据第 1 节的论述,其核心是对目标模态机电耦合系数的优化,而对 k_j^2 的优化就是使压电材料尽可能覆盖式(16)中 $|E_3|$ 较大的区域,即目标函数为

$$\text{Obj: } \max \left(\sum_{\text{elem}} |E_3| \right) \tag{18}$$

2.2 优化设计流程

压电材料的布置形式为嵌入式布置时,可以通过替换单元的形式来实现这一过程。以叶片振动为主导的模态作为关注模态,将此时每个叶片单元的 $|E_3|$ 作为参照数据,以提高压电叶盘的模态机电耦合系数为优化目标,进行压电材料的优化分布。优化设计流程如下:

- 1) 对叶盘模型进行模态计算,分析其固有特性,获得其节径频率图。
- 2) 在节径频率图上找到振动由叶片主导的模态作为目标模态。在此阶模态下,提取叶片上所有表面单元在其单元坐标系下 3 个方向的应变,并由此计算每个单元的 E_3 值,将这些单元的编号按 $|E_3|$ 从大到小的顺序排列。每个单元的单元坐标系设置方式如图 2 所示。
- 3) 将叶片上的所有单元的单元坐标系的 z 方向都设置为沿表面法向向外。由于叶片的基底材料为各向同性材料,其材料特性不受单元坐标系方向影响。在替换成压电材料后,预先设置的单元坐标系使得该单元的极化方向指向所需方向。
- 4) 根据之前排列的单元表,从 $|E_3|$ 值最大的单元开始,将单元的原始材料替换成压电材料。每替换一次单元,计算压电材料占叶片质量的质量比,直至质量比刚好达到限定指标。
- 5) 对压电单元进行电极耦合。围绕 $|E_3|$ 值最大的区域一般需设置多个压电单元。注意这些单元是建立有限元分析模型时人为划分的。实际该区域是连续的,其上压电材料也是连续布置。因此在有限元分析时需将同一区域中各个单元表面节点的电压自由度进行耦合。在不同压电片之间连接电路后,压电结构的机电耦合系数会下降。但在实际工程运用中,为实现压电材料减振需要外接相应电路元件,因此会在损失少量机电耦合系数的情况下,将不同压电片用并联的方式连接,以减少每个扇区上电路元件的数量。如图 3 所示。

图 3 中箭头代表压电材料因正压电效应在其内部产生的电流方向。这种连接方式可以防止由于电荷抵消而导致模态机电耦合系数下降的情

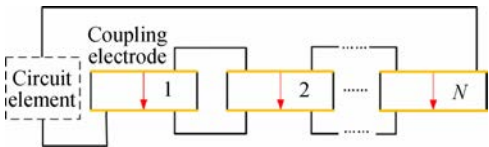


图 3 多个压电片之间的电路连接方式
Fig. 3 Illustration of the electric connection of several distributed piezoelectric patches to the same shunting circuit

况。可通过 E_3 值的正负来判断所替换的压电单元内部的电流方向,并通过设置箭头远离面上节点的电压为 0,将所有箭头指向面上的节点的电压耦合,从而在有限元层面上实现上述的并联方式。

6) 分别在电路开路与短路的条件下,对此模型进行模态分析。计算完后,利用式(7)计算模态机电耦合系数。

流程图如图 4 所示。该流程实际上是一个寻优过程。按此流程,只需要给定预分析的模态以及压电材料的用量,就能得到在此模态下使得模态机电耦合系数最大的压电材料分布形式。

针对多个目标模态来进行压电材料布置优化的方法与单目标模态类似。与之不同的是,需要给出每个目标模态下压电材料的限定质量比 $R_{m1,i}$,并对多个模态族依次使用上述方法进行压

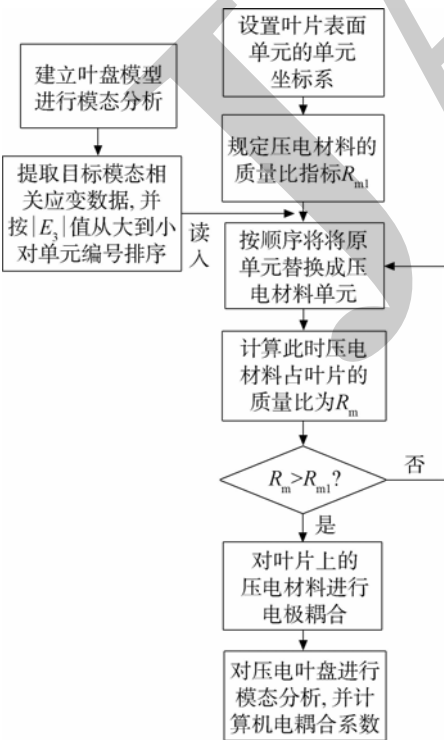


图 4 单目标模态压电材料分布位置优化流程图
Fig. 4 Optimization procedure of piezoelectric material distribution for single modal group

电材料的优化布置。

3 叶盘结构算例

以基于 NASA rotor37 叶片设计的叶盘结构模型为例,取其一个扇区进行模态分析,通过添加如图 5 所示的周期性边界条件,将结果扩展至整个叶盘。叶盘扇区数为 36,材料参数为: $E=280\text{ GPa}$, $\mu=0.3$, $\rho=7\,600\text{ kg/m}^3$ 。模型的边界条件为叶盘结构内径处各节点完全约束。计算中未考虑轮盘旋转的影响,因为转速对振型的影响很小。对其进行模态分析,得到的节径频率图如图 6 所示。

叶盘结构的振动模态可以分成 2 种:一种是由轮盘振动主导的模态,其特征为频率迹线的斜率较大;第二种是由叶片振动所主导的模态,此时随着节径数增大,频率的变化不是很明显,称为模态密集区,对应图 6 中在频率迹线上标注了共振点的位置。虽然在模态密集区内的模态具有近似的频率,但对于旋转机械来说,一种谐波阶次激励只能激起其中 1 阶模态的振动,故式(7)仍适用。

在以下两种情况下,不同模态下的叶片具有相似的振型:

- 1) 在同一个模态密集区内,不同节径数使得

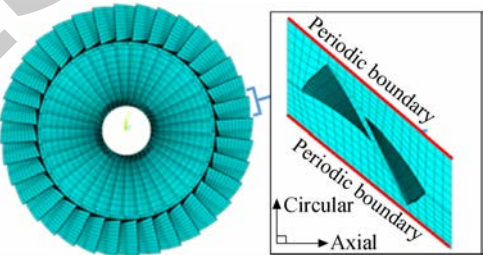


图 5 叶盘有限元模型及其扇区
Fig. 5 Finite element model and a single section of the considered bladed disk

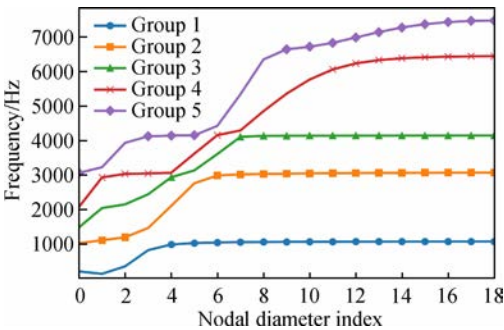


图 6 无压电材料时叶盘结构的节径频率图
Fig. 6 Natural frequencies with respect to the nodal diameter index without piezoelectric material

相邻叶片的相位差不同,但是其叶片振型相似。

2) 处于相邻模态阶次的两条频率迹线存在先接近,后分离的现象,此处为“频率转向区”。在转向区附近,由于在频率转向区相近两个模态族之间的振型发生交换,相邻模态族之间存在频率近似的模态密集区,其叶片的振型相似。

对于叶片振型相似的模态,可以通过优化其中 1 阶模态下压电材料的分布位置,来提高这些模态下的机电耦合系数。

4 叶片上压电材料的拓扑优化

针对如图 5 所示的叶盘模型的单扇区,运用流程图 4 所示的方法,确定压电材料的分布位置,将对应单元(Solid 185)替换成为压电单元(Solid 5),并改变相应的材料参数。通过式(7)获得其模态机电耦合系数,进而预估此时该压电叶盘能达到的最佳阻尼效果。其中,压电材料的型号为 PZT-5H,具体参数见附录 A。

4.1 单目标模态族的拓扑优化

4.1.1 单目标模态族优化后的模态机电耦合系数

以第 1 模态族 18 节径的点作为优化的目标模态,限定 $R_{m1}=10\%$,对压电材料的分布进行优化,得到如图 7 所示的压电叶盘单扇区模型。此模态下的优化结果中,压电材料均位于叶背处,故图 7 中未展示叶盆的情况。图中红色单元为电流与极化方向一致的单元,反之为紫色。

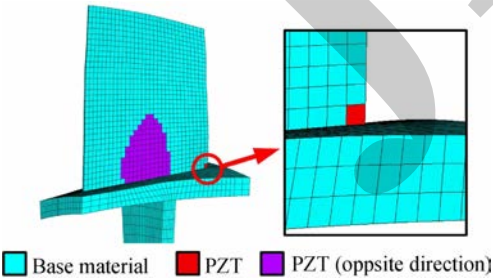


图 7 第 1 模态族下压电材料在叶片上的优化分布
Fig. 7 Optimized distribution of the piezoelectric materials on blades for the first modal group

分别计算开路与短路时的模态频率,并计算未进行电极耦合时的模态机电耦合系数。从图 8 中可看出,叶片振型与目标模态处相似的模态(包括第 1 模态族的模态密集区与第 2 模态族中节径数为 1、2 的模态),其模态机电耦合系数都处于较高的水平。

利用如图 3 所示的方式,将处于同一区域内

的压电材料进行电极耦合,不同的压电片之间运用并联的方式进行电路连接,计算得到的模态机电耦合系数如图 9(a)所示,并由此计算 RL 分支电路所能提供的最佳阻比,结果如图 9(b)所示,其值可以达到 12%。

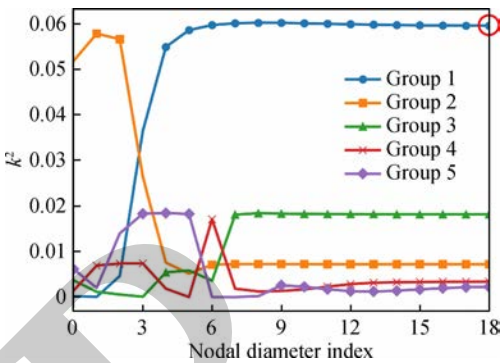
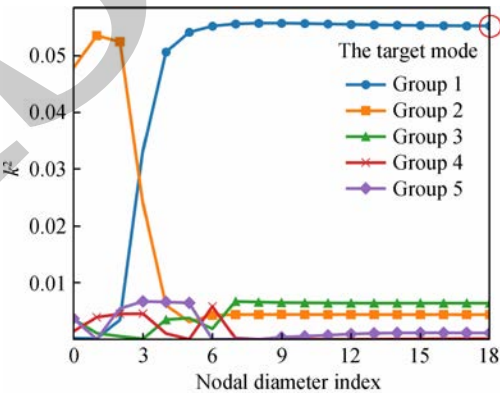
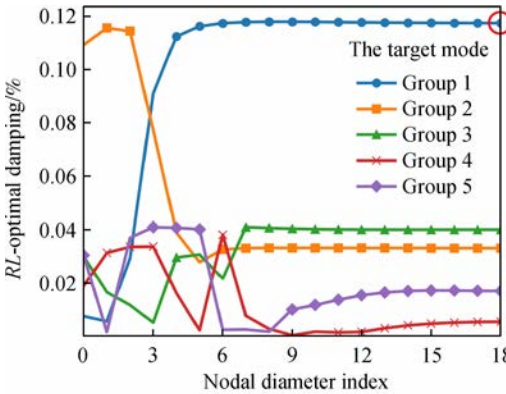


图 8 未进行电极耦合时,第 1 模态族优化的模态机电耦合系数
Fig. 8 Optimized MEMCF of modal group 1 without performing electrode coupling



(a) 各模态族的模态机电耦合系数



(b) 各模态族的模态阻尼比

图 9 电极耦合后第 1 模态族优化的结果
Fig. 9 Optimized results for the first modal group with performing electrode coupling

将图 9(a)与图 8 进行比较,与目标模态振型相似的模态耦合电极后模态机电耦合系数略微下降,这是由于设置电极之后,整个耦合面上的电压进行了平均,原本 $|E_3|$ 大的位置的电势下降。在其他共振点处,由于叶片振型不同其 $|E_3|$ 的分布与目标模态并不一致,这些模态下非最优位置的压电单元的 $|E_3|$ 值较小,因此并联之后模态机电耦合系数明显降低。

由于压电材料机电耦合特性及横观各向异性,根据前述推导以 $|E_3|$ 作为优化准则给出压电材料优先分布的位置。由式(16)可知,指标 $|E_3|$ 实际上是一种等效应力,但一般不包含在通用有限元程序的标准后处理中,需要研究人员自行编程进行获取。若以 ANSYS 中包含的标准等效应力 Von Mises 应力为优化准则,压电材料在叶片上的分布形式如图 10 所示。此时第 1 模态族模态机电耦合系数将明显低于以 $|E_3|$ 为优化准则时的结果,如图 11 所示。这说明了以 $|E_3|$ 作为指标的合理性和必要性。

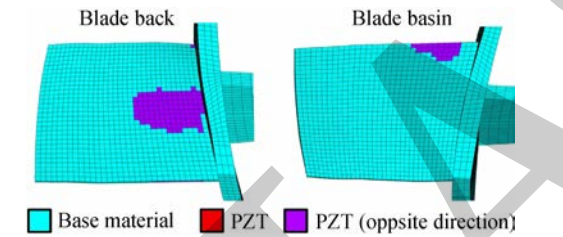


图 10 以 Von Mises 应变为优化准则时压电材料在叶片上的优化分布

Fig. 10 Optimized distribution of the piezoelectric materials on blades with Von Mises strain as optimization criterion

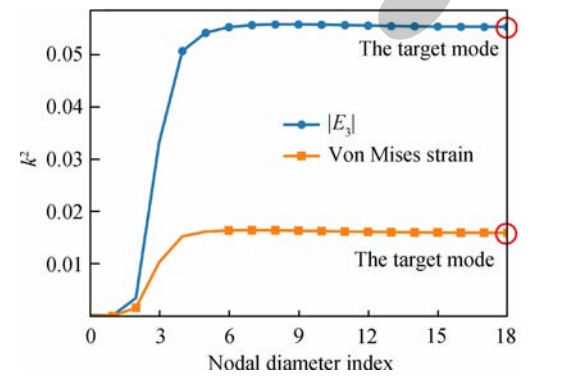


图 11 不同优化准则下第 1 模态族模态机电耦合系数比较图

Fig. 11 Optimized MEMCF obtained under different optimization criteria for the first modal group

4. 1. 2 压电片分布及可实现的最佳阻尼比预估

分别以第 2~5 模态族节径数为 18 时的共振点作为目标模态,运用图 4 所示方法进行压电材料的优化分布,得到不同模态族下,压电材料在叶片上的分布形式如图 12 所示。进行电极耦合与电路连接后,各目标模态下对应的模态机电耦合系数见附录 B,从中可得到与前面类似的结论。

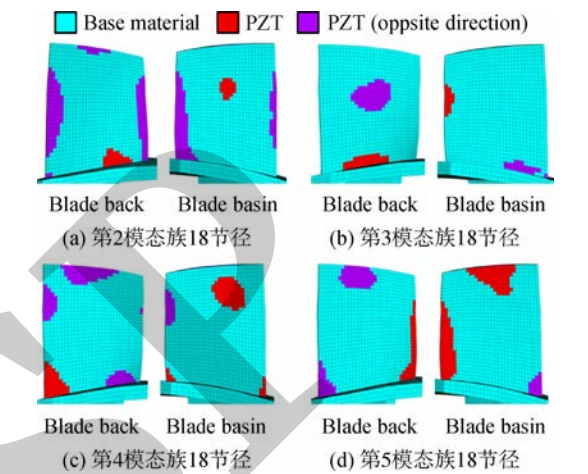


图 12 高阶模态族下优化后压电材料在叶盘上的分布

Fig. 12 Optimized distributions for higher orders of modal group

表 1 反映了电极耦合与电路连接对模态机电耦合系数的影响。从表中可以看出,对不同压电片进行并联会导致模态机电耦合系数下降。但是为减少叶片上电路元件的数量,牺牲一部分压电材料的减振效果是可以接受的。以第 3 模态族为例,未连接电路时,目标模态处 $k^2=0.0493$,对应的 $\xi_{opt}^{RL}=11.1\%$;连接电路后对应的 $\xi_{opt}^{RL}=9.5\%$,此时压电叶盘仍有较好的减振效果,而所需的电路元件数量从 5 减少到 1。

表 1 不同电路状态下 k_j^2 和 $\xi_{opt,j}^{RL}$ 的比较			
Table 1 k_j^2 and $\xi_{opt,j}^{RL}$ for different circuit connections			
目标/关注模态	耦合电极并连接电路?	k_j^2	$\xi_{opt,j}^{RL} / \%$
第 2 模态族 18 节径	否	0.0234	7.7
	是	0.0143	6.0
	仅耦合电极	0.0200	7.1
第 3 模态族 18 节径	否	0.0513	11.3
	是	0.0360	9.5
	仅耦合电极	0.0493	11.1

4.2 多模态族共同优化

单目标模态优化时,只有与该点振型类似的模态下模态机电耦合系数较高,且这些模态所在的频率段较窄,而实际中叶盘的工作频率范围较宽,本节研究采用多目标模态共同优化的方法,拓宽优化范围的可行性。

图 13 为在双目标模态下的压电材料优化分布图,其中目标模态 1、2 的限定质量比分别为 3%、7%。蓝色区域为基底材料;紫色、红色区域分别为目标模态 1、2 下替换的压电材料;橙色区域为两者的公共部分,此处两个目标模态下都具有较大的 $|E_3|$ 。

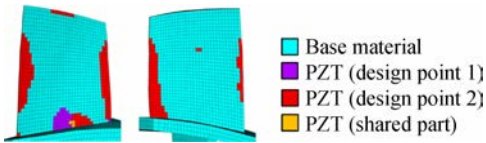


图 13 双目标模态下压电材料的优化分布示意图
Fig. 13 Optimized distribution for two modal groups

分别在未连与连接电路的情况下计算其模态机电耦合系数,并与以第 1 模态族 18 节径作为目标模态进行优化的结果进行比较,如表 2 所示。

表 2 单、多目标模态法下 k_j^2 和 $\xi_{opt,j}^{RL}$ 的比较

Table 2 k_j^2 and $\xi_{opt,j}^{RL}$ for single or multiple modes

目标模态	关注模态	耦合电极并连接电路?	k_j^2	$\xi_{opt,j}^{RL} / \%$
单目标模态: 第 1 模态族 18 节径	第 1 模态	否	0.059 5	12. 2
	族 18 节径	是	0.055 2	11. 7
	第 2 模态	否	0.007 3	4. 3
	族 18 节径	是	0.004 4	3. 3
多目标模态: 第 1、2 模态族 18 节径	第 1 模态族 18 节径	否	0.042 6	10. 3
		是	0.000 5	1. 1
	仅耦合电极	否	0.038 9	9. 8
		是	0.009 2	4. 8
	第 2 模态族 18 节径	否	0.023 5	7. 6
		是	0.019 2	6. 9

表 2 中可看出,在未进行电极耦合的情况下,第 1 模态族下模态机电耦合系数有略微损失,而第 2 模态族的模态机电耦合系数得到了明显的提升。另外,对于多目标模态法而言,在进行电极耦合后,模态机电耦合系数的值略微下降,但运用并

联的方法连接电路后,该值明显下降,原因如下:对于一个目标模态,此处的振型下在其它目标模态压电材料的分布位置下产生的相关应变较小,电极耦合后由于电压平均使得整体模态机电耦合系数明显下降。由此可见,此情况下仅采用如图 3 所示的电路及连接方式是不合理的。对此,可以将压电片的电极离散,并以不同方式连接来获得最大的模态机电耦合系数;利用选通电路,来实现多阶共振抑制^[21]。

5 结 论

本文研究压电分支阻尼在真实叶盘结构上的应用,在限定压电材料用量的条件下通过拓扑优化来改善压电阻尼对叶盘结构的减振性能。主要结论如下:

1) 建立了一套用来确定压电材料分布位置的方法:将沿着叶片表面法向向外的方向作为压电材料的极化方向,以沿 3 方向的电场强度的绝对值 $|E_3|$ 作为优化准则,优先考虑 $|E_3|$ 大的位置,从而获得对应的压电材料分布形式,改善压电结构的减振抑振效果。

2) 在基于 rotor 37 叶型的叶盘结构上运用此方法进行优化。结果表明,针对叶片一弯振型下,仅使用质量占叶片质量 10% 的压电材料,可提供 12% 的阻尼比;对于叶片“弯扭耦合”及“二弯”的振型,在与其对应的压电材料优化分布下,对应模态下也能获得较大的阻尼比,分别为 6% 与 9.5%。

3) 采用单目标模态设计可在某些模态密集区获得较高的模态机电耦合系数。连接电路后模态机电耦合系数会有不同程度的下降,故连接电路时应注意压电材料内部电流方向,防止正负电荷互相抵消。

4) 采用多目标模态的方法可以改变只对单模态族优化时所产生的某些模态阶次下的模态机电耦合系数过小的问题,从而拓宽优化频率范围。

参考文献:

[1] 王建军,李其汉. 航空发动机叶盘结构流体激励耦合振动[M]. 北京:国防工业出版社,2017.

[2] LAXALDE D, THOUVEREZ F, LOMBARD J P. Forced response analysis of integrally bladed disks with friction ring dampers[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2010, 132(1): 011013. 1-011013. 9.

[3] ZHOU B, THOUVEREZ F, LENOIR D. An adaptive control strategy based on passive piezoelectric shunt tech-

- niques applied to mistuned bladed disk[J]. *Journal of Computation and Applied Mathematics*, 2013, 246(5): 289-300.
- [4] HAGOOD N W, VON FLOTOW A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks[J]. *Journal of Sound Vibration*, 1991, 146(2): 243-268.
- [5] PREUMONT A. Dynamics of electromechanical and piezoelectric systems[M]. Netherlands: Springer, 2006.
- [6] 李琳, 宋志强, 易凯军. 压电网络复合板的波动特性与隔声性能分析[J]. *声学学报*, 2017(2): 95-102.
LI Lin, SONG Zhiqiang, YI Kaijun. Wave propagation and insulation performance of the plate with piezoelectric network[J]. *Acta Acustica*, 2017(2): 95-102. (in Chinese)
- [7] 易凯军, 李琳. 压电网络板的振动控制原理与控制效果[J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(11): 1629-1636.
YI Kaijun, LI Lin. Vibration-controlling mechanism and controlling effectiveness of plate with piezoelectric network[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(11): 1629-1636. (in Chinese)
- [8] 王建军, 李其汉. 具有分支电路的可控压电阻尼减振技术[J]. *力学进展*, 2003, 33(3): 389-403.
WANG Jianjun, LI Qihan. Vibration reduction of controllable piezoelectric damping with shunting circuit[J]. *Advances in Mechanics*, 2003, 33(3): 389-403. (in Chinese)
- [9] 安德波蒙, 李琳, 范雨, 等. 机电耦合系统和压电系统动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
- [10] MIN J B, DUFFY K P, CHOI B B, et al. Numerical modeling methodology and experimental study for piezoelectric vibration damping control of rotating composite fan blades[J]. *Computer and Structures*, 2013, 128: 230-242.
- [11] ZHOU B. Study of piezoelectric shunt damping applied to mistuned bladed disks[D]. Lyon, France: Ecole Centrale de Lyon, 2012.
- [12] LIU J, LI L, HUANG X, et al. Dynamic characteristics of the blisk with synchronized switch damping based on negative capacitor[J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2017, 95(1): 425-445.
- [13] YU H, WANG K W. Piezoelectric networks for vibration suppression of mistuned bladed disks[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2007, 129(5): 559-566.
- [14] TANG J, WANG K. Vibration delocalization of nearly periodic structures using coupled piezoelectric networks[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2003, 125(1): 95-108.
- [15] FAN Y, LI L. Vibration dissipation characteristics of symmetrical piezoelectric networks with passive branches[R]. ASME Paper GT2012-69208, 2012.
- [16] LIU J, LI L, DENG P, et al. A comparative study on the dynamic characteristics of bladed disks with piezoelectric network and piezoelectric shunt circuit[R]. ASME Paper GT2016-56794, 2016.
- [17] MOKRANI B, BASTAITS R, HORODINCA M, et al. Parallel piezoelectric shunt damping of rotationally periodic structures[J]. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2015: 1-12.
- [18] LIU J, LI L, FAN Y, et al. Research on vibration suppression of a mistuned blisk by a piezoelectric network[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, 31(2): 285-299.
- [19] DENG P, LI L, LI C. Study on vibration of mistuned bladed disk with bi-periodic piezoelectric network[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 231(2): 350-363.
- [20] DUCARNE J, THOMAS O, DEÜ J-F. Placement and dimension optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(14): 3286-3303.
- [21] LI Lin, YIN Shunhua, LIU Xue, et al. Enhanced electromechanical coupling of piezoelectric system for multimodal vibration[J]. *Mechatronics*, 2015, 31: 205-214.
- [22] THOMAS O, DUCARNE J, DEÜ J-F. Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction[J]. *Smart Materials and Structures*, 2012, 21(1): 015008. 1-015008. 16.
- [23] NEUBAUER M, WALLASCHEK J. Vibration damping with shunted piezoceramics: fundamentals and technical applications[J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2013, 36(1): 36-52.

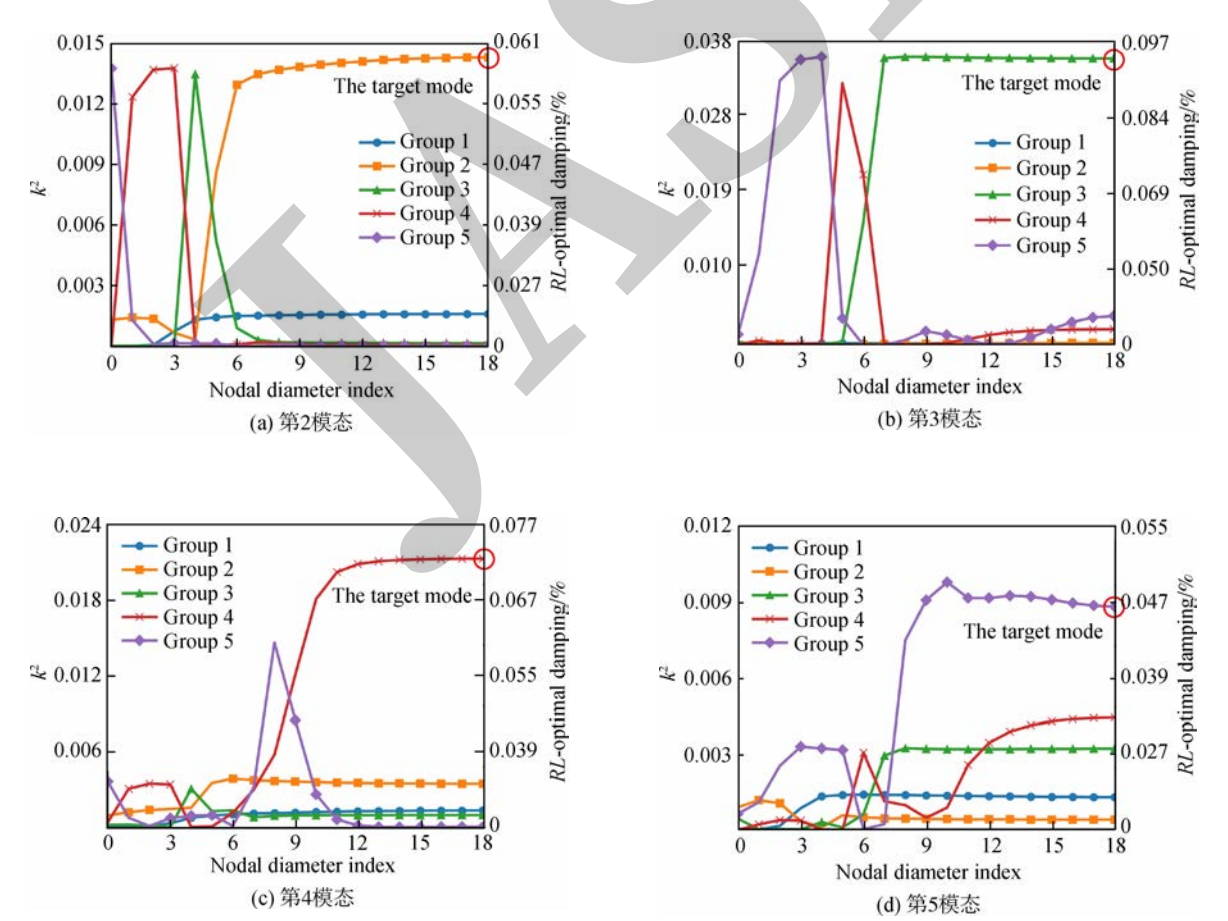
附录

附录 A PZT-5H 材料参数

β^S	$\begin{bmatrix} 1/(1700\epsilon_0) & & \\ & 1/(1700\epsilon_0) & \\ & & 1/(1470\epsilon_0) \end{bmatrix}$
$h/10^7\text{ (N/C)}$	$\begin{bmatrix} & & 11.3 & 0 \\ & & 11.3 & \\ -5.8 & -5.8 & 21 & \end{bmatrix}$
$C^D/10^{10}\text{ (N/m}^2\text{)}$	$\begin{bmatrix} 12.6 & 8.0 & 8.3 \\ 8.0 & 12.6 & 8.3 \\ 8.3 & 8.3 & 12.1 \\ & & & 2.3 \\ & & & 2.3 \\ & & & & 2.33 \end{bmatrix}$
$\rho/(\text{kg/m}^3)$	7500

注:真空介电常数 $\epsilon_0=8.854187817\times10^{-12}\text{ F/m}$ (近似值)。压电材料本构关系: $T_p=c_{pq}^D S_q-h_{kp} D_k$; $E_i=-h_{iq} S_q+\beta_{ik}^S D_k$ 。

附录 B 高阶模态族的最优机电耦合系数与 RL 分支电路下的最佳阻尼比



注:图中右边坐标轴为 RL 分支电路下最佳阻尼比,左边坐标轴为最优机电耦合系数,两者的关系如式(10)所示,故右边坐标轴的标值不是线性的。

(编辑:李岩梅)